**2022 年湖北省科技奖（自然科学奖）提名**

**公示内容**

1. **项目名称：**自仿集的解析性质和拓扑分类的研究
2. **提名者及提名意见**

**提名者：华中师范大学**

**提名意见：**（不超过600字）

自仿集是一类重要的分形集合，而分形几何是一门上世纪70年代诞生的新兴交叉学科, 它不仅在理论上发展迅速，而且在自然科学的各个学科有着重要应用。随着研究的更加深入, 分形研究从维数计算逐渐转移到分形集和分形测度更为精细的结构上, 其中包括解析性质和拓扑分类，这也是该项目重点研究内容，并在这些研究中作出了基础性的贡献。

该项目中代表作[1,5]讨论自相似集L^q谱的可微性和齐次Moran集的维数计算，其中代表作[1]首次讨论不等压缩比且具有重叠结构自相似集的L^q谱；代表作[2-4]讨论自仿集和自相似集的拓扑分类，包括球同胚和Lipschitz等价问题，其中代表作[2]给出一类与球同胚的非平凡3维自仿tile，代表作[3]利用高维Frobenius问题给出自相似集的Lipschitz等价性的刻画。代表作[1-3]提出的研究思路、研究方法和研究技巧已成为研究自仿集解析性质和拓扑分类的核心手段之一，其贡献是本质性的，它们发表在如下主流杂志也被之引用Adv. Math.、J. Math. Pures Appl.、Trans. Amer. Math. Soc.。

该项目的研究已逐渐得到同行的广泛关注，它也为分形研究注入新的思想、方法和技巧。鉴于项目组的研究工作，我们提名该项目参评2022年湖北省自然科学。

**提名该项目为湖北省科技奖（自然科学奖） 一 等奖**

1. **项目简介**

分形几何是一门上世纪70年代诞生的新兴交叉学科，它不仅在理论上发展迅速，而且在自然科学的各个学科有着重要应用。分形的研究已经从维数定义及计算上逐渐转移到分形集和分形测度更为精细的结构上，包括分形集的解析性质及拓扑分类等方面。

分形的核心内容是测度与维数，代表作[5]给出了一类Moran集的维数计算公式。而想要全面刻画更复杂的事物，必须使用多个维数，这便产生了重分形概念。当待研究分形测度满足重分形机理时, 计算重分形谱就转化为计算相应测度的𝐿^𝑞谱。但对于一般Borel概率测度，判断它是否满足重分形机理是很复杂也是非常重要的事情，这已经成为重分形理论的最基本问题之一。本项目研究的测度（代表作[1]）为压缩比不同的自相似测度，其支持在具有重叠结构的自相似集上，我们利用无穷图递归系统得到了该分形测度L^q谱的可微性。本项目在这方面研究的主要创新点（它也是核心贡献）为将有限重叠图递归结构转换为无穷分离图递归结构，已经有多篇文章沿用此思想进行研究。

本项目另一个中心主题是研究自仿集的拓扑分类，包括球同胚和Lipschitz等价。自仿tile是一类重要的自仿集，已有丰硕的研究成果和广泛应用，其基本理论由Kenyon、Lagarias和汪扬在20世纪90年代建立的。但自仿tile的拓扑分类研究依然是国内外关注的热点。鉴于亚历山大有角球的存在，在三维空间中，我们很难判定一个自仿tile是否同胚于球。本项目（代表作[3]）利用基数展式和扩张矩阵的特征多项式来研究自仿tile的各个分片间的拓扑关系，借此重组自仿tile，然后通过割补技巧，直接构造出了同胚映射，进而确立了一类与球同胚的三维非平凡自仿tile。关于Lipschitz等价，我们先后使用重排技术（代表作[4]）和转换为高维Frobenius问题（代表作[3]）的技巧，确定了Cantor集间的Lispchitz等价性。这里使用的思想和技巧已经得到同行的广泛引用。

1. **代表性论文专著目录（不超过5篇，其中国内科技期论文原则上不少于1/3）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 论（专著）名称/刊名/作者 | 年、卷、页码 | 发表时间（年月 日） | 通讯作者（含共同） | 第一作者（含共同） | 国内作者 | 他引总次数 | 检索数据库 | 论文署名单位是否包含国外单位 |
| 1 | Differentiability of L-q-spectrum and multifractal decomposition by using infinite graph-directed IFSs/Advances in Mathmatics/Deng Guotai; Ngai Sze-man | 2017, 311: 190-237 | 2017-04-01 | Ngai Sze-main | Deng Guotai | Deng Guotai | 4 | Web ofScience | 是 |
| 2 | Topological properties of a class of self-affine tiles in R^3/Transactions of the Ameri- can Mathematical Society/Deng Guotai; Liu Chuntai; Ngai Sze-man | 2018, 370(2): 1321-1350 | 2018-03-01 | Ngai Sze-main | Deng Guotai | Deng Guotai; Liu Chuntai | 4 | Web ofScience | 是 |
| 3 | Higher dimensional Frobe-nius problem and Lipschitz equivalence of Cantor sets/Journal De Mathématiques Pures Et Appliquées/Rao Hui; Zhang Yuan | 2015, 104 (5): 868-881 | 2015-10-01 | Zhang Yuan | Rao Hui | Rao Hui; Zhang yuan | 11 | Web ofScience | 否 |
| 4 | Lipschitz equivalence of fractal sets in R. /Science China Mathematics 中国科学) /Deng Guotai; He Xinggang | 2012, 55(10): 2095-2107 | 2012-10-15 | He Xinggang | Deng Guotai | Deng Guo tai; He Xinggang | 11 | Web ofScience | 否 |
| 5 | Dimensional results for Car-tesian products of Homo-geneous Moran sets. /Acta Mathematicae Appli-catae Sinica, English Series (应用数学学报) /Cao, Li; He, Xing-Gang | 2012, 28: 673-680. | 2012-08-15 | He Xinggang | Cao Li | He Xianggang; Cao Li | 1 | Web ofScience | 否 |

1. **主要完成人（完成单位）（不超过5人）**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **序号** | **姓名** | **完成单位** |
| **1** | 邓国泰 | **华中师范大学** |
| **2** | 张圆 | **华中师范大学** |
| **3** | 何兴纲 | **华中师范大学** |
| **4** | 刘春苔 | **武汉轻工大学** |